

SUY DIỄN TRÊN CẤU TRÚC MỜ DỰA TRÊN ĐẠI SỐ GIA TỬ

Nguyễn Văn Hán¹, Nguyễn Công Hào²

¹ Khoa Công nghệ Thông tin, Trường Đại học Khoa học - Đại học Huế

² Ban Thanh tra và Pháp chế - Đại học Huế

Email: nvhan@fit-hitu.edu.vn, nchao@hueuni.edu.vn

Ngày nhận bài: 19/6/2019; ngày hoàn thành phần biện: 29/6/2019; ngày duyệt đăng: 02/7/2019

TÓM TẮT

Trong bài báo này, chúng tôi giới thiệu phương pháp biểu diễn cấu trúc mờ dựa trên lý thuyết dàn. Một cấu trúc dàn đặc biệt trên biến ngôn ngữ được sinh ra từ Đại số gia tử. Dàn kết hợp phép toán đại số và phép toán logic trong các logic truyền thống là Lukasiewicz và Godel. Các tính chất của dàn, các định lý suy diễn cũng được chứng minh một cách chặt chẽ về mặt toán học trong bài báo này.

Từ khóa: Logic mờ, Đại số gia tử, Lý thuyết dàn, Logic suy diễn.

1. GIỚI THIỆU

Trong cuộc sống hằng ngày, con người dùng ngôn ngữ tự nhiên NL (Natural Language) để học tập, trao đổi, thảo luận, phân tích, suy diễn. Sau cùng, đưa ra quyết định của cá nhân mình. Tính toán trên từ CWW (Computing with words) [1] là một giải pháp toán học cho các bài toán được mô hình bằng NL. CWW được thực hiện trên nền tảng của lý thuyết tập mờ FS (fuzzy set) và logic mờ FL (fuzzy logic), được đề xuất bởi L. A. Zadeh, là một phương pháp xuất xứ gần đúng trên đoạn $[0,1]$. Tính toán trên miền trị $[0,1]$ là tính toán trên số, không thân thiện với con người khi so sánh với tính toán trên biến ngôn ngữ LV (linguistic variables). Trong miền giá trị LV, các gia tử LH (linguistic hedge) chiếm vị trí quan trọng trong việc tính

toán và sinh ra các giá trị ngôn ngữ.

ĐSGT (Đại số gia tử) [2, 3, 4] là một công cụ toán học đẹp cho các tính toán dựa trên từ hay tính toán mờ. Theo Zadeh [5], tính toán mờ là tính toán trên từ. Các tính toán trên từ là cánh cửa mở ra cho việc tính toán trên ngôn ngữ tự nhiên [1], một lĩnh vực của AI. Các tính toán mờ dựa trên ĐSGT được nghiên cứu nhiều trong những thập niên gần đây: Trong cơ sở dữ liệu [6]; Trong hệ điều khiển mờ [7]; Trong biểu diễn tri thức [8, 11]

Phương pháp lập luận trên từ dựa trên các hệ luật logic. Một trong các logic quan trọng cho các suy diễn là logic \vdash . Logic \vdash cho LV được giới thiệu trong [6] và sau đó trong [8] như là các nền tảng ban đầu. Vì tầm quan trọng của logic \vdash , bài báo này tiếp tục nghiên cứu sâu và có hệ thống trên cơ sở của [6, 8]. Phần còn lại của bài báo như sau: Phần 2 trình bày cấu trúc từ vựng và cấu trúc đại số trừu tượng trên từ vựng. Các tính chất của dàn với phép toán logic trên dàn cũng được trình bày và chứng minh trong phần 2. Phần 3 trình bày Định lý suy diễn, là định lý quan trọng trong lập luận logic. Trong phần cuối cùng, phần 4 là phần kết luận và hướng nghiên cứu tiếp theo của bài báo.

2. CẤU TRÚC

Phần này định nghĩa bộ cấu trúc từ vựng, sau đó là các cấu trúc mờ như là trường hợp riêng của cấu trúc từ vựng làm cơ sở cho bài báo và các nghiên cứu tiếp theo.

Định nghĩa 2.1. một bộ từ vựng h là một tập hợp các hằng ký tự c_1, c_2, \dots, c_m và một tập các hàm ký tự f_1, f_2, \dots, f_n :

$$h = \langle \{f_i^{a_i}\}_{i \in I}, \{c_j\}_{j=0}^m \rangle \quad (1)$$

Trong đó:

1. Dãy hàm số $\{f_i^{a_i}\}_{i \in I}$ là hàm f_i với a_i biến, I là tập chỉ số.
2. Dãy $\{c_j\}_{j=0}^m$ là tập các hằng số

Có thể xem hằng số là trường hợp riêng của hàm số f^0 , tuy nhiên để biểu diễn tường minh, ta xét hàm số và hằng số thành hai kiểu tách biệt.

Định nghĩa 2.2. Một cấu trúc \mathfrak{H} trên từ vựng \bar{h} , một $\text{STRUCT}[\bar{h}]$, là một bộ:

$$\mathfrak{H} = \langle \mathbb{H}, \{f_i^{a_i}\}_{i \in I}^{\mathfrak{H}}, \{c_j\}_{j=0}^m \rangle \quad (2)$$

Bao gồm tập $\mathbb{H} \neq \emptyset$ cùng các diễn dịch:

- Mỗi hằng ký tự c_j của từ vựng \bar{h} có giá trị $c_j^{\mathfrak{H}} \in \mathbb{H}$
- Với mỗi hàm ký tự f_i với a_i biến với hàm số $f_i^{a_i}$ định nghĩa bởi:

$$f_i^{\mathfrak{H}} : \mathbb{H}^{a_i} \rightarrow \mathbb{H} \quad (3)$$

Ví dụ 1. Xét các giá trị chân lý ngôn ngữ $\{\mathcal{V}\text{true}, \mathcal{P}\text{true}, \mathcal{L}\text{true}\} \in \mathbb{H}$, trong đó $\{\mathcal{V}\text{true}, \mathcal{P}\text{true}, \mathcal{L}\text{true}\}$ theo thứ tự tương ứng là: *very true*, *possible true* và *less true* và \mathbb{H} là miền giá trị chân lý ngôn ngữ sinh ra từ biến *truth* [6]. Gọi các mệnh đề $p = \text{"Lucie is young is } \mathcal{V}\text{true"}$ và q là mệnh đề = *"Lucie is smart is } \mathcal{P}\text{true"}*. Ta có các diễn dịch trên \mathfrak{H} là:

- $\text{truth}(p) = \mathcal{V}\text{true} \in \mathbb{H}$, *truth* là hàm một ngôi.
- $p \wedge q = \mathcal{V}\text{true} \wedge \mathcal{P}\text{true} = \mathcal{P}\text{true} \in \mathbb{H}$. \wedge là hàm hai ngôi.
- $p \vee q = \mathcal{V}\text{true} \vee \mathcal{P}\text{true} = \mathcal{V}\text{true} \in \mathbb{H}$. \vee là hàm hai ngôi.

Định nghĩa 2.3. Kiểu của một cấu trúc là tập

$$\tau = \langle \{a_i, 0_j \mid f_i^{a_i}, c_j \in \mathfrak{H}\} \rangle \quad (4)$$

Ví dụ 2. Bộ $\langle [0, 1], \vee, \wedge, \neg \rangle$ là cấu trúc trên từ vựng $\bar{h} = \langle f^2, f^1 \rangle$, có kiểu $\langle 2, 2, 1 \rangle$

Để thuận tiện cho việc biểu diễn và lập luận trên cấu trúc mờ, ngoài các thành phần hằng số và hàm số đã định nghĩa trên, chúng tôi định nghĩa thêm các thành phần sau.

Định nghĩa 2.4. Chúng tôi chỉ xét tập các biến là hữu hạn và đếm được. Các biến gồm các ký tự thường x, y, z, \dots , các ký tự với chỉ số dưới và trên như $l_1, l_2 \dots$. Các hạng tử T (term), công thức và mệnh đề trên từ vựng \mathcal{h} được định nghĩa một cách truy hồi như sau:

- Mỗi biến x là một hạng tử.
- Mỗi hằng số c là một hạng tử.
- Nếu t_1, t_2, \dots, t_{a_i} là các hạng tử thì hàm a_i biến $f(t_1, t_2, \dots, t_{a_i})$ là một hạng tử.
- Nếu t_1 và t_2 là các hạng tử thì $t_1 = t_2$ là một công thức
- Nếu φ và ψ là các công thức thì $\varphi \wedge \psi, \varphi \vee \psi$ là các công thức.
- Một định lý là một công thức được chứng minh

Dàn là một cấu trúc đại số nền tảng cho logic. Một cấu trúc dàn có kiểu $\langle 2, 2, 2, 2, 0, 0 \rangle$ trên cấu trúc $\langle [0, 1], \wedge, \vee, \otimes, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ là nền tảng cho logic BL (basic logic) [10] trên đoạn $[0, 1]$. Cấu trúc dàn và logic trong [10] là các lập luận mờ trên đoạn $[0, 1]$, không phải trên từ.

Trong [8], tác giả đã giới thiệu một cấu trúc dàn có kiểu $\langle 2, 2, 2, 2, 2, 2, 0, 0 \rangle$ trên từ vựng $\langle f^2, c \rangle$ là $\langle AX, \wedge, \vee, \otimes, \oplus, \neg, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ cho các tính toán trên từ. Bài báo này nghiên cứu một cấu trúc khác, cũng trên từ vựng $\langle f^2, c \rangle$ nhưng với kiểu $\langle 2, 2, 2, 2, 0, 0 \rangle$ cho các hệ luật và định lý suy diễn trên từ. Kiểu $\langle 2, 2, 2, 2, 0, 0 \rangle$ được giới thiệu sơ lược trong [9], chúng tôi đưa ra định nghĩa, tính chất và chứng minh chi tiết.

Định nghĩa 2.5. Một cấu trúc:

$$\mathcal{L} = \langle \mathbb{L}, \wedge, \vee, \otimes, \rightarrow, \perp, \top \rangle \quad (5)$$

được gọi là dàn LRL (linguistic residuated lattice)

Bài báo nghiên cứu trên các phép toán \otimes và \rightarrow xét trên logic \mathcal{L} (Lukasiewicz) và G (Gödel).

- Phép toán \otimes và \rightarrow trên logic Łukasiewicz:

$$l_1 \otimes_{\mathbb{L}} l_2 = \bigvee \{0, l_1 + l_2 - 1\} \quad (6)$$

$$l_1 \rightarrow_{\mathbb{L}} l_2 = \bigwedge \{1, 1 - l_1 + l_2\} \quad (7)$$

- Phép toán \otimes và \rightarrow trên logic Gödel

$$l_1 \otimes_G l_2 = \bigwedge \{l_1, l_2\} \quad (8)$$

$$l_1 \rightarrow_G l_2 = \begin{cases} 1, & l_1 \leq l_2 \\ l_2, & l_1 > l_2 \end{cases} \quad (9)$$

Với các phép toán logic được định nghĩa như trên, dàn LRL có các tính chất sau đây:

Tính chất 1. Ba tính chất quan trọng cho dàn LRL

1. Dàn $\langle \mathbb{L}, \wedge, \vee, \perp, \top \rangle$ có thứ tự \leq với các phép toán \wedge, \vee trong đó phần tử bé nhất và lớn nhất tương ứng là $\perp = 0$ và $\top = 1$.
2. $\langle \mathbb{L}, \otimes, 1 \rangle$ là nửa nhóm với phần tử đơn vị là 1, $l \otimes 1 = l, \forall l \in \mathbb{L}$
3. Với $l_1, l_2, l_3 \in \mathbb{L}$, giữa hai phép toán \otimes và \rightarrow có mối liên hệ:

$$l_1 \otimes l_2 \leq l_3 \leftrightarrow l_1 \leq l_2 \rightarrow l_3. \quad (10)$$

Chứng minh. Xét một ĐSGT $\mathbb{H}\mathbb{A} = (X, G, C, H, \leq)$ với

$H \neq \emptyset, G = \{c^+, c^-\}, C = \{0, W, 1\}. \mathbb{L}^+ = \{\delta c^+, c^+ \in G, \delta \in H^*\}, H^*$ là xâu gia tử sinh ra từ H . Không làm mất tính tổng quát, ta chứng minh trên phần tử sinh dương c^+ , với c^- thì chứng minh tương tự. Không làm mất tính tổng quát, ta chứng minh trên phần tử sinh dương c^+ , với c^- thì chứng minh tương tự. Ta cũng dùng ký hiệu Latin **QED** (quod erat demonstrandum), thay thế cho câu: "Điều phải chứng minh".

Suy diễn trên cấu trúc mờ dựa trên đại số gia tử

1. Dàn $\langle \mathbb{L}, \wedge, \vee, \perp, \top \rangle$ có thứ tự \leq với các phép toán \wedge, \vee , với $max = \top$ và $min = \perp$.

$$\begin{aligned} \perp &\leq c^+ && \leq \top && \text{với: } \perp = 0, \top = 1 \\ \delta \perp &\leq \delta c^+ && \leq \delta \top && \text{với: } \delta \in H^* \\ \bigwedge \{\delta, \delta_1\} \perp &\leq \bigwedge \{\delta, \delta_1\} c^+ \leq \bigwedge \{\delta, \delta_2\} c^+ \leq \bigwedge \{\delta, \delta_2\} \top && \text{với: } \delta_1 \leq \delta_2 \in H^* \\ \perp &\leq \bigwedge \{\delta, \delta_1\} c^+ \leq \bigwedge \{\delta, \delta_2\} c^+ \leq \top && \text{QED} \end{aligned}$$

3. LOGIC SUY DIỄN

Một ứng dụng của logic mờ trong lĩnh vực cơ sở tri thức (\mathcal{KB}) là: có thể suy ra được công thức ψ trong miền giá trị chân lý $\mathbb{L} \in \{\mathbb{H}, [0, 1]\}$ hay không ($\mathcal{KB} \vdash_{\mathbb{L}} \psi$). Gọi Γ là một định lý, ψ và φ là các công thức mệnh đề như trong ví dụ 1, định lý suy diễn sau đây thể hiện một sự liên hệ giữa Γ , ψ và φ

Định lý 3.1. $\exists n \in N$ sao cho:

$$\text{Nếu : } \Gamma \vdash_{\mathbb{L}} \bigwedge_{n \in N} \varphi^n \rightarrow \psi \text{ thì: } \Gamma \cup \{\varphi\} \vdash_{\mathbb{L}} \psi \quad (11)$$

Để chứng minh Định lý 3, trước hết, dùng tính chất 3 của dàn LRL, ta chứng minh công thức:

$$((\varphi \wedge \psi) \rightarrow \omega) \rightarrow (\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \omega)) \quad (12)$$

Chứng minh.

$$\begin{aligned} ((\varphi \wedge \psi) \rightarrow \omega) &\rightarrow \varphi \wedge \psi < \omega \\ &\rightarrow \varphi < \psi \rightarrow \omega \\ &\rightarrow \varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \omega) \\ &\text{QED} \end{aligned}$$

Dùng công thức 12, ta chứng minh Định lý 3.1

Chứng minh.

$$\begin{aligned}
& \Gamma \vdash_{\mathbb{L}} \bigwedge_{n \in N} \varphi^n \rightarrow \\
& \Gamma \vdash_{\mathbb{L}} \varphi \bigwedge_{n \in N} \varphi^{n-1} \rightarrow \\
& \Gamma \vdash_{\mathbb{L}} \varphi \rightarrow \left(\bigwedge_{n \in N} \varphi^{n-1} \rightarrow \psi \right) \\
& \Gamma \cup \{\varphi\} \vdash_{\mathbb{L}} \bigwedge_{n \in N} \varphi^{n-1} \rightarrow \\
& \Gamma \cup \{\varphi\} \vdash_{\mathbb{L}} \varphi \rightarrow \\
& \Gamma \cup \{\varphi\} \vdash_{\mathbb{L}} \psi \\
& \text{QED } (\exists n \in N; n = 2)
\end{aligned}$$

Định lý 3.1 vẫn đúng trong trường hợp $\Gamma = \emptyset$

Ví dụ 3. với các mệnh đề mờ p và q như trong ví dụ 1, ta có:

$$\vdash_{\mathbb{H}} q \rightarrow p$$

4. KẾT LUẬN

Logic là ngôn ngữ của khoa học máy tính. Với phương pháp hình thức (formal method), bài báo đưa ra các định nghĩa ban đầu về các diễn dịch trên cấu trúc mờ theo lý thuyết model (model theory), nó là nền tảng cho các nghiên cứu tiếp theo trong các logic cấp cao như logic mờ cấp hai, ngôn ngữ mờ cấp hai hiện vẫn chưa được nghiên cứu. Bài báo đề xuất một cấu trúc đại số trừu tượng là dàn LRL với hai phép toán logic là Łukasiewicz và Gödel logic trên dàn làm cơ sở cho các lập luận. Bài báo cũng đưa ra một định lý suy diễn quan trọng dùng trong suy diễn mờ dựa trên ĐSGT. Trong thời gian tới, các tác giả sẽ tiếp tục hoàn thiện chứng minh các tính chất 2, 3 của Tính chất 1 và nghiên cứu chiều ngược lại cho Định lý 3.1, đó là cần chứng minh:

$$\text{Nếu : } \Gamma \cup \{\varphi\} \vdash_{\mathbb{L}} \psi \text{ thì: } \Gamma \vdash_{\mathbb{L}} \bigwedge_{n \in N} \varphi^n \rightarrow \quad (13)$$

Tiếp tục nghiên cứu các ứng dụng của bài báo trong lĩnh vực cơ sở tri thức và hệ hỗ trợ ra quyết định.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] L.A.Zadeh, *Computing with words - Principal Concepts and Ideas. Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Springer 2012.
- [2] Nguyen Cat Ho and W.Wechler, *Hedge algebras: An algebraic approach to structure of sets of linguistic truth values*, *Fuzzy Sets and Systems* 35(1990), 281-293
- [3] Cat-Ho Nguyen, Nguyen Van Long, *Fuzziness measure on complete hedge algebras and quantifying semantics of terms in linear hedge algebras*. *Fuzzy Sets and Systems* 158(4): 452-471.
- [4] N. C. Ho and W. Wechler, *Extended hedge algebras and their application to Fuzzy logic*, *Fuzzy Sets and Systems* 52, 259-281, 1992
- [5] L.A.Zadeh, *Fuzzy Logic = Computing with Words*, 1996
- [6] Nguyễn Công Hào. *Logic mờ và ứng dụng*, NXB Đại học Huế, 2016.
- [7] D. T. Long, *A method to build rule fuzzy systems semantic-based hedge algebra and application to classification*, Mathematic doctor thesis, IOIT, 2010.
- [8] Lê Anh Phương, *Một tiếp cận xây dựng miền giá trị chân lý ngôn ngữ trong các hệ logic*, Luận án tiến sĩ, Đại học Bách khoa Hà nội, 2013.
- [9] Van-Hung Le, Dinh-Khang Tran, *Linguistic Logics with Hedges*, IWOST-2 2015.
- [10] Petr Hajek, *Petr Hajek on Mathematical Fuzzy Logic*, Springer international publishing Switzerland 2015.
- [11] Thi-Minh-Tam Nguyen, Viet-Trung Vu, The-Vinh Doan, Duc-Khanh Tran, *Resolution in Linguistic First Order Logic based on Linear Symmetrical Hedge Algebra*, 2014 Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems.
- [12] Le Anh Phuong, Tran Dinh Khang. *Generalized If ... Then . . . Else . . . Inference Rules with Linguistic Modifiers for Approximate Reasoning*, International Journal of Computer Science Issues (IJCSI), 2012, Vol. 9, Issue 6, No 3, pp: 184-190.

FUZZY STRUCTURES REASONING BASED ON HEDGE ALGEBRA

Nguyen Van Han¹, Nguyen Cong Hao²

¹Faculty of Information Technology, University of Sciences, Hue University

²Department of Inspection and Legislation, Hue University

Email: nvhan@fit-hitu.edu.vn, nchao@hueuni.edu.vn

ABSTRACT

In this paper, we study a method to represent fuzzy structures. We introduce an algebraic structure with functional symbols. A special lattice is called linguistic residuated lattice with two important logics: Łukasiewicz and Godel. An important theory for logic reasoning called deduction theorem is introduced.

Keywords: Deduction theorem, fuzzy logic, Hedge algebra, Lattice theory.



Nguyễn Văn Hán sinh ngày 13/11/1967 tại Quảng Bình. Năm 1990, ông tốt nghiệp cử nhân Vật lý tại Trường Đại học Sư phạm, ĐH Huế, Năm 2000 tốt nghiệp kỹ sư Khoa học máy tính tại trường Đại học Bách khoa Hà Nội; Năm 2011 tốt nghiệp Thạc sĩ chuyên ngành Mạng máy tính & Truyền thông tại Học viện Bru chính Viễn thông thành phố Hồ Chí Minh. Từ năm 1990, ông tham gia giảng dạy và hiện đang là Giảng viên khoa Công nghệ thông tin Trường Cao đẳng Công thương TP. HCM. Hiện đang là NCS ngành Khoa học máy tính của Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế.

Lĩnh vực nghiên cứu: Logic mờ.



Nguyễn Công Hào sinh năm 1976 tại Thừa Thiên Huế. Ông tốt nghiệp cử nhân chuyên ngành Toán – Tin học năm 1997 tại Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế và thạc sĩ Công nghệ thông tin năm 2002 tại Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội. Ông nhận học vị tiến sĩ chuyên ngành Bảo đảm toán học cho máy tính và Hệ thống tính toán tại Viện Công nghệ thông tin Hà Nội năm 2008. Hiện ông đang công tác tại Đại học Huế.

Lĩnh vực nghiên cứu: Cơ sở dữ liệu mờ, các phương pháp tính toán mềm, các phương pháp lập luận xấp xỉ.